

GYMNASIUM ODENTHAL

2. Klausur 12 MG, Schuljahr 2008/2009
Mathematik als Grundkursfach

Arbeitszeit: 90 Minuten
Lernbereich : Analysis
Thema: Integralrechnung



Name: _____

Datum: 08. Januar 2009

Anzahl der abgegebenen Bögen (ohne Aufgabenblatt):

Bewertungseinheiten (BE): _____ von _____

Zensurenpunkte: _____

Datum: _____

Unterschrift: _____

Aufgabe I

- 1 Bestimmen Sie unter Verwendung von Stammfunktionen die Maßzahl der Fläche, die vom Graphen der Funktion $h(x) = x^3 + x^2 - 6x$ und der x-Achse begrenzt wird!
- 2 Die Graphen von $f(x) = x^4 - 2x^2$ und $g(x) = 3x^3 - 2x^2 - 4x$ schließen eine Fläche ein. (siehe Abbildung I). Bestimmen Sie die Maßzahl des Flächeninhaltes unter Verwendung von Stammfunktionen!

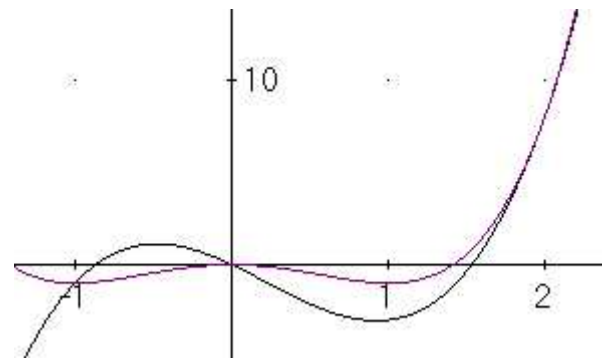


Abbildung I

Aufgabe II

Ein Biologen-Team hat im Rahmen von Vegetationsuntersuchungen auch die Wasserdurchflussgeschwindigkeit eines Flusses im Verlaufe eines Jahres gemessen (Geschwindigkeit gemessen in 100.000 Liter pro Minute). Die Daten wurden stets am 1. eines jeden Monats (beginnend im Januar) gemessen und sind in Abbildung II dargestellt:

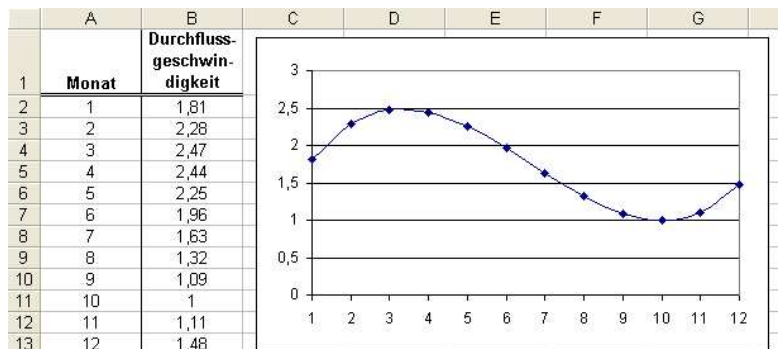


Abbildung II

GYMNASIUM ODENTHAL

- 1 Erläutern Sie den Verlauf des Graphen im Sachzusammenhang!
- 2 Skizzieren Sie ohne Angabe von Einheiten den Verlauf des Graphen, der die gesamte durchgeflossene Wassermenge im Zeitraum der 12 Monate angibt!
- 3 Der Graph der Durchflussgeschwindigkeit lässt sich näherungsweise durch die Funktion

$$h(x) = 0,01x^3 - 0,2x^2 + x + 1 \quad \text{beschreiben.}$$

Berechnen Sie die gesamte Wasserdurchflussmenge, die in dem Zeitraum vom 1. März bis zum 1. Juni durch den Fluss geflossen ist.

(*Hinweis:* Zur Vereinfachung dürfen Sie annehmen, dass ein Monat 43.200 Minuten hat.)

Aufgabe III

Abbildung III zeigt den Kartenausschnitt eines Badestrandes. Die Abgrenzungen des Strandes sind gegeben durch die Promenade im Süden (x-Achse), die Schiffsanlegebrücke im Osten (y-Achse), den Priel¹⁾ im Nordwesten und das Meer im Norden. Eine Einheit auf der Karte entspricht 50 m in der Wirklichkeit.

Im vorgegebenen Koordinatensystem können die Verläufe der Wasserlinien bei Hoch- und Niedrigwasser beschrieben werden durch die Graphen der Funktionen.

$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{1}{10}x^3 - \frac{27}{40}x^2 + \frac{5}{8}x + \frac{23}{4} \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{1}{40}x^4 - \frac{1}{40}x^3 - \frac{27}{40}x^2 + \frac{5}{8}x + \frac{17}{4}$$

1) natürlicher Wasserlauf im Watt

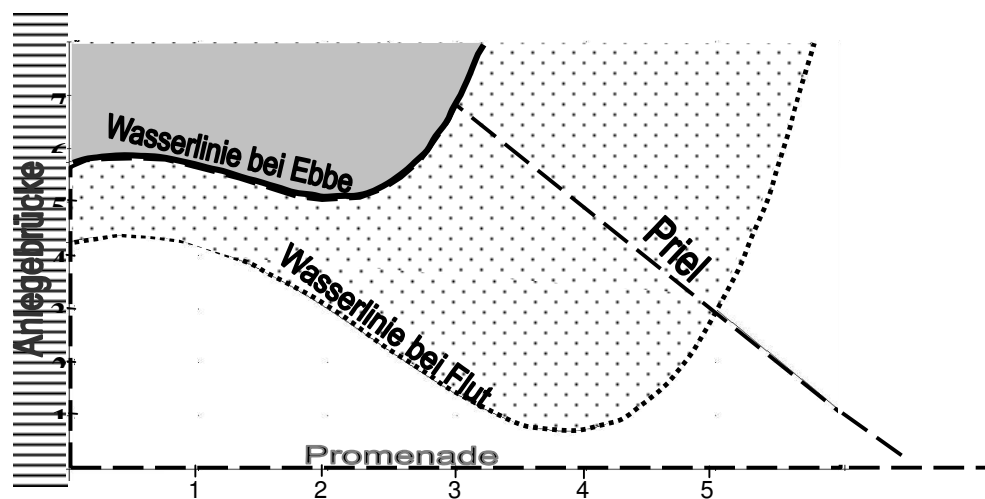


Abbildung III

- a) Ordnen Sie die angegebenen Funktionen den Wasserlinien zu und begründen Sie die Zuordnung!
- b) Der Priel trifft die Wasserlinien bei $x = 3$ (Ebbe) bzw. $x = 5$ (Flut). Zeigen Sie, dass er wie die Gerade $h(x) = -\frac{79}{40}x + \frac{103}{8}$ verläuft!
- c) Bestimmen Sie die Größe der Fläche, um die sich der Badestrand bei Ebbe (Zeit von Hoch- bis Niedrigwasser) vergrößert!